

## İNFORMATİKA

СИНТЕЗ СИСТЕМЫ СТАБИЛИЗАЦИИ ПЛУНЖЕРА  
В СКВАЖИННЫХ ГЛУБИННО-НАСОСНЫХ УСТАНОВКАХ\*Ф.А.АЛИЕВ, Н.А.САФАРОВА, А.Н.АББАСОВ  
*Бакинский Государственный Университет*

*В работе рассматривается задача стабилизации движения плунжера в скважинных глубинно-насосных установках, когда известны программная траектория и программное управляющее воздействие. Предлагается вычислительный алгоритм этой задачи. Вычисление проводится с использованием пакета прикладных программ MATLAB. Результаты иллюстрируются примерами.*

Многие нефтяные скважины обслуживаются штанго-глубинно-насосными установками (ШГНУ) [1]. Это связано с тем, особенно, когда пластовое давление снижается, другие способы добычи нефти становятся нерентабельными.

Глубинно-насосная установка состоит из колонны штанг, на конце которой крепится плунжер и трубы, внутри которых перемещается колонна штанг и перекачиваемая жидкость. Насос можно рассматривать как систему трех коаксиальных цилиндров: колонны насосных штанг, колонны насосных труб и колонны жидкостей. Насосные штанги, плунжер и трубы во время пребывания их в скважине испытывают силу собственного веса, равномерно распределенную по длине труб и штанг, и находятся в деформированном состоянии [2]. Такое нагружение называется статическим [3].

Теперь поставим задачу стабилизации плунжера в ШГНУ. Используем результаты [1, 4, 5], когда известно программное движение  $x_{pr}(t)$  и программное управляющее воздействие  $u_{pr}(t)$ .

Вектор погрешностей воспроизведения программного движения и стабилизирующих воздействий определяется так [4, 6, 7]:

$$\varepsilon = z - x_{pr}, \quad (1)$$

$$u_{\varepsilon}(t) = v(t) - u_{pr}(t), \quad (2)$$

\* Исследования первого и второго авторов выполнены при финансовой поддержке INTAS (проект Ref. №04-77-6902).

где  $z$  –  $n$  - мерный фазовый вектор,  $v(t)$  –  $m$  - мерный вектор управляющих воздействий.

Согласно формуле в [6]  $\varepsilon$  удовлетворяет следующему уравнению

$$\dot{\varepsilon} = F(t)\varepsilon(t) + G(t)u_\varepsilon(t), \quad (3)$$

где  $F(t), G(t)$  постоянные матрицы. Требуется найти такую зависимость  $u_\varepsilon(t)$  от  $\varepsilon$

$$u_\varepsilon(t) = K(t)\varepsilon(t), \quad (4)$$

чтобы режим движения, определяемый вектором  $x_{pr}(t)$ , был асимптотически устойчив (при  $t \rightarrow \infty, \varepsilon \rightarrow 0$ ) и эта зависимость минимизировала бы квадратичный функционал

$$J = \int_0^{\infty} (\varepsilon' Q \varepsilon + R u_\varepsilon^2) dt, \quad (5)$$

здесь  $R > 0, Q = Q' \geq 0$ .

Из (2) следует, что

$$v(t) = u_\varepsilon(t) + u_{pr}(t). \quad (6)$$

Используя уравнения (1), (4) получаем следующее:

$$v(t) = K(t)z(t) + u_{pr}(t) - K(t)x_{pr}(t). \quad (7)$$

Отсюда видно, что если  $\varepsilon \rightarrow 0$  то  $v(t) \rightarrow u_{pr}(t)$ . Подставив (1) в уравнение (3) получаем следующую систему уравнений

$$\dot{z}(t) = (F(t) + G(t)K(t))z(t) + \dot{x}_{pr}(t) - (F(t) + G(t)K(t))x_{pr}(t). \quad (8)$$

Сформулированная задача сводится к нахождению решения дифференциального уравнения Риккати

$$-\dot{P}(t) = P(t)F(t) + F'(t)P(t) - P(t)G(t)R^{-1}(t)G'(t)P(t) + Q(t). \quad (9)$$

Матрица  $K(t)$  определяется следующим образом

$$K_\varepsilon(t) = -R^{-1}(t)G'(t)P(t). \quad (10)$$

В [6] изложен алгоритм построения такого решения. Опишем основные этапы. Сначала находится решение дискретного алгебраического уравнения Риккати относительно матрицы  $P(+0)$  и потом решается дифференциальное уравнение Риккати (9).

Поскольку предполагается, что управление движения ШГНУ будет осуществляться IBM PC, то класс допустимых управляющих воздействий ограничим кусочно-постоянными функциями. В связи с этим задача синтеза системы стабилизации рассматривается в дискретной постановке. Перейдем к формулировке дискретной задачи. Как и программное движение, стабилизация осуществляется с помощью кусочно-постоянных воздействий (дискретный регулятор). Аналогично непрерывному случаю вектор погрешностей воспроизведения программного движения и стабилизирующих воздействий определяется так:

$$\xi(i) = z(i) - x_{pr}(i), \quad (11)$$

$$u_\xi(i) = u(i) - u_{pr}(i), \quad (12)$$

где  $z(i)$  –  $n$ - мерный фазовый вектор,  $u(i)$  –  $m$ - мерный вектор управляющих воздействий.

Линейная система конечно-разностных уравнений имеет вид:

$$\xi(i+1) = \Psi(i)\xi(i) + \Gamma(i)u_\xi(i), \quad (13)$$

где матрицы  $\Psi(i)$ ,  $\Gamma(i)$ , в силу периодичности программы движения, периодичны по  $i$  с периодом  $p$ . Здесь следует отметить, что для получения уравнений (13) нет необходимости вновь линеаризовать исходные уравнения, поскольку алгоритм определения программного движения одновременно с программой генерирует матрицы  $\Psi(i)$ ,  $\Gamma(i)$ .

Аналогично непрерывному случаю требуется определить стабилизирующее воздействие  $u_\xi(i)$ , как функцию вектора ошибки  $\xi(i)$  таким образом, чтобы замкнутая система «объект + регулятор» была асимптотически устойчива и квадратичный критерий качества достигал бы минимума

$$I = \sum_{i=0}^{\infty} (\xi'(i)Q(i)\xi(i) + R(i)u_\xi^2(i)), \quad (14)$$

где

$$Q(i) = Q'(i) \geq 0, \quad R(i) = R'(i) > 0$$

- периодические матрицы с периодом  $p$ .

Из соотношения (11) следует что,

$$z(i) = \xi(i) + x_{pr}(i). \quad (15)$$

Тогда из (12) стабилизирующее воздействие определяется следующим образом

$$u(i) = W(i)z(i) + u_{pr}(i) - W(i)x_{pr}(i). \quad (16)$$

Используя (11) и (13) получаем следующую линейную систему конечно-разностных уравнений

$$\begin{aligned} z(i+1) &= (\Psi(i) + \Gamma(i)W(i))z(i) + \\ &+ x_{pr}(i+1) - (\Psi(i) + \Gamma(i)W(i))x_{pr}(i) \end{aligned} \quad (17)$$

Итак, решение сформулированной задачи сводится к нахождению решения периодического дискретного уравнения Риккати

$$P(i) = \Psi'(i)P(i+1) \left( E - \Gamma(i) \left( R(i) + \Gamma'(i)P(i+1)\Gamma(i) \right)^{-1} \Gamma'(i)P(i+1) \right) \Psi(i) + Q(i), \quad (18)$$

а регулятор цепи обратной связи  $W(i)$  имеет следующий вид:

$$W(i) = - \left( R(i) + \Gamma'(i)P(i+1)\Gamma(i) \right)^{-1} \Gamma'(i)P(i+1)\Psi(i). \quad (19)$$

В [6] подробно изложено построение такого решения. С помощью рекуррентных выражений строится соотношение, связывающее значение матрицы  $P(i)$ . Решая соответствующее алгебраическое уравнение Риккати

АУР, находим матрицу  $P(i)$ , обеспечивающую периодическое решение уравнения (18).

Таким образом, можно предложить следующий алгоритм.

Алгоритм 1:

Шаг 1. Вводятся исходные данные  $\Psi(i), \Gamma(i), Q(i), R(i)$ .

Шаг 2. Формулируется программное движение  $x_{pr}(t)$  и программное управляющее воздействие  $u_{pr}(t)$ .

Шаг 3. Решается дискретное периодическое АУР по формуле (18) и по формуле (19) вычисляются искомые матрицы  $W^0(i)$ .

Шаг 4. Задавая начальное условие  $z^0(i)$ , решаются (11), (13), (15).

Шаг 5. По формуле (16) определяется стабилизирующее воздействие  $u(i)$ .

Шаг 6. Задавая малое положительное число  $\varepsilon$ , проверяем условие  $\|z^t(i) - x_{pr}(i)\| \leq \varepsilon$ .

Если условие не выполняется, то принимаем  $z^0(i) = z^t(i)$  и переходим к шагу 4. Иначе процедура вычисления прекращается.

Проиллюстрируем вычислительную эффективность рассматриваемого алгоритма на примере.

Пример 1.

$$l = 1000; b = 0,1; g = 9,81; f = 0,0002;$$

$$r = 2,06 \cdot 10^{11}; T = 5; n = 100;$$

$$m = 1,72 \cdot l; k = f \frac{r}{l}; \tau = \frac{T}{2}; \Delta = \frac{T}{n}; t = \overline{0, T}; \text{ (с шагом } \Delta \text{)}$$

$$G = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ m \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{b}{m} \end{bmatrix},$$

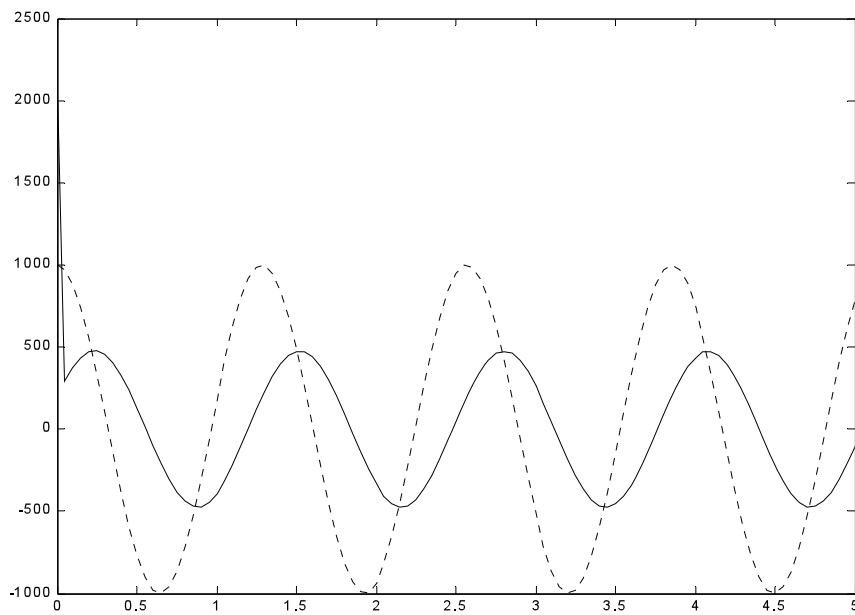
$$\Psi = e^{F\Delta}, \Gamma = F^{-1}(\Psi - E)G;$$

( $E$  - единичная матрица соответствующей размерности).

$$Q(i) = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix} \text{ при } i \neq p-1,$$

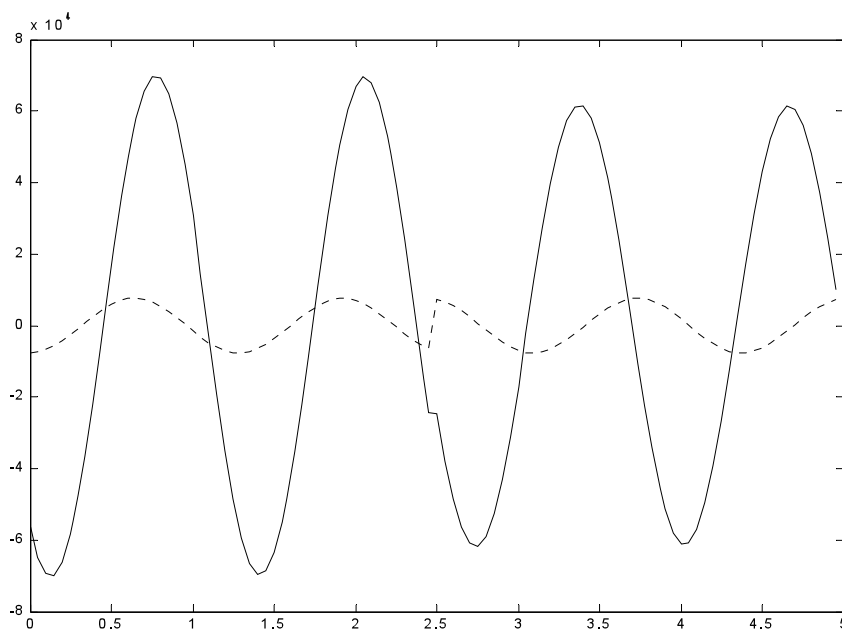
$$Q(i) = 0 \text{ при } i = p-1; R = \Delta.$$

Изложим результаты численного моделирования стабилизации плунжера. На основе полученных данных построены графики программного движения и управляющего воздействия. На рисунке 1 по вертикали отложена величина соответствующей программной траектории, а по горизонтали время пройденного пути.



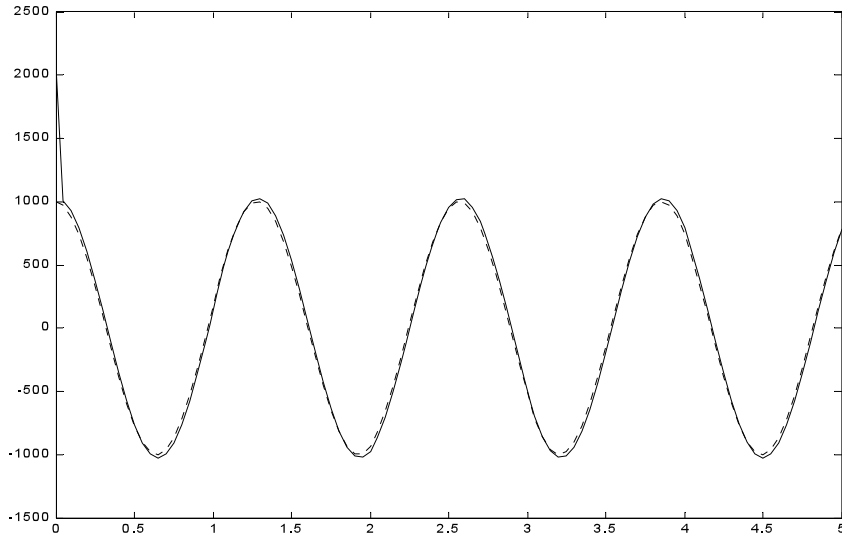
**Рис.1.**

На рисунке 2 по вертикали отложена величина соответствующего управляющего воздействия, а по горизонтали время пройденного пути.

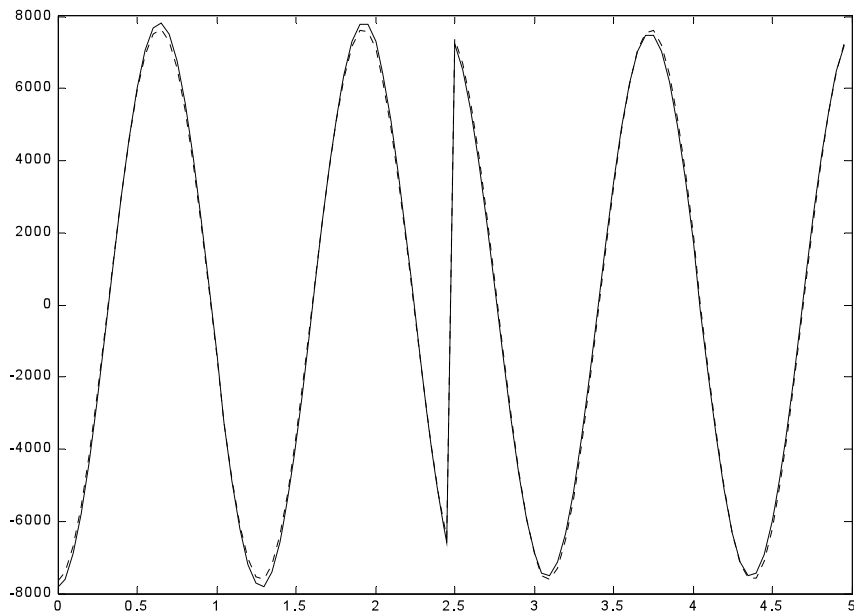


**Рис.2.**

Отметим, что в рисунке 1 пунктирная линия соответствует программной траектории, а сплошная линия - стабилизацию движения плунжера ШГНУ около программной траектории. В рисунке 2 пунктирная линия соответствует управляющему воздействию, а сплошная линия - стабилизацию около программного управляющего воздействия.



**Рис.3.**



**Рис.4.**

Численные расчеты и графики (см. рис.3, рис.4) показывают, что стабилизируемая траектория и управление приближаются к программному вне зависимости от выбора начальной точки.

Следующий эксперимент показывает, что путем выбора весовых матриц  $Q(i)$ ,  $R(i)$  можно уменьшить величину управляющих воздействий (см.

рис.7, рис.8) . Положим  $Q(i) = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$  при  $i = p-1$ ,  $Q(i) = 0$  в противном случае,  $R(i)$  не изменяется. Как и выше, приведены графики изменения программной траектории плунжера в ШГНУ и управляющих воздействий. Из сравнения этих графиков с предыдущими видно, что характер изменения управлений в этом случае иной.

Как видно, из рисунков (см. рис.5, рис.6) объект стабилизируется около программной траектории. Таким образом, при начальных условиях через 30 периодов объект входит к программной траектории.

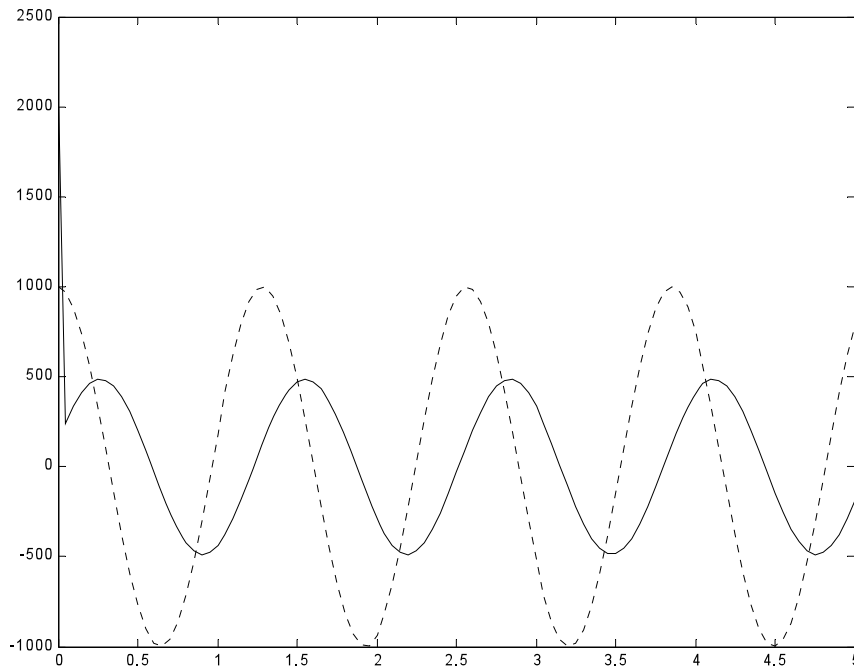
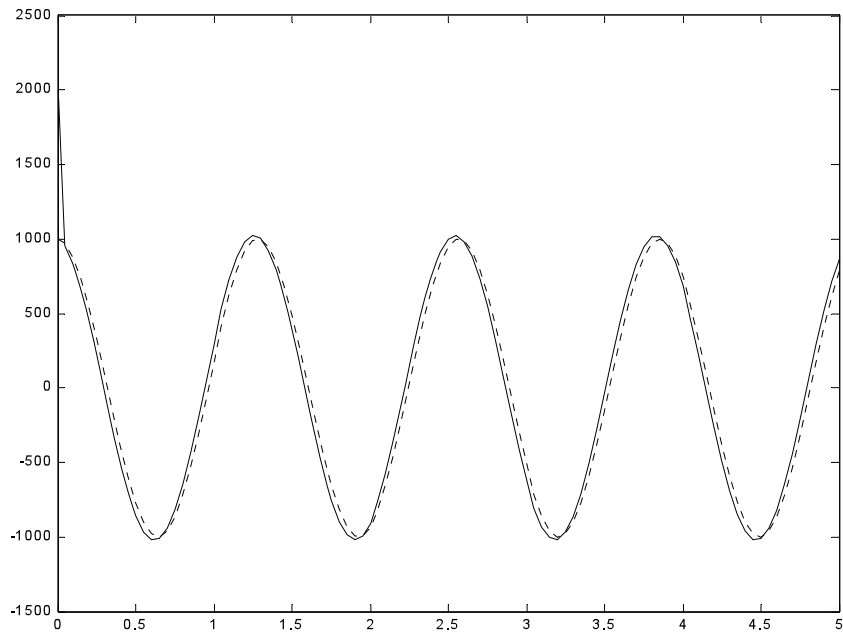
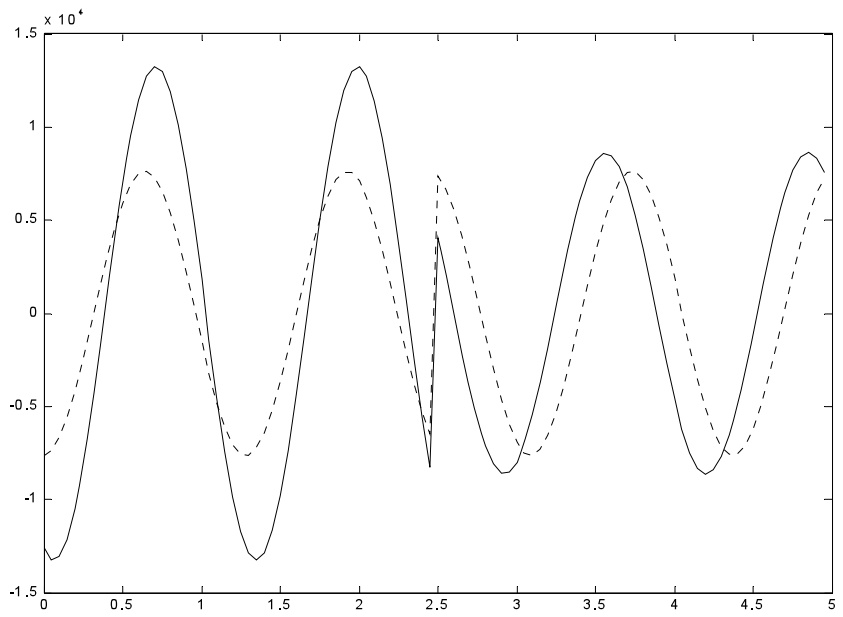


Рис.5.

Приведенные результаты демонстрируют эффективность линейных регуляторов при стабилизации движения плунжера ШГНУ. Так, можно констатировать, что стабилизацию широкого класса режимов движений удалось обеспечить, используя только один алгоритм стабилизации.

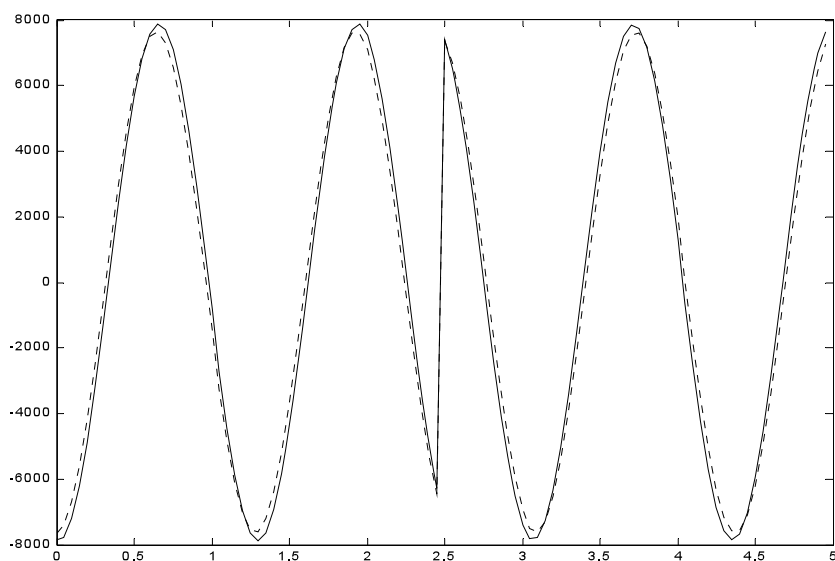


**Рис. 6.**



**Рис. 7.**

Кроме того, описанная процедура синтеза позволяет сравнительно легко (подбором элементов весовых матриц  $Q(i)$ ,  $R(i)$  в критерии качества) изменять характеристики процессов.



**Рис.8.**

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Aliev F.A., Abbasov A.N., Mutallimov M.M. Numerical solution of the problems of control and diagnostics subsurface pump units. Proceedings of IMM of NAS of Azerbaijan.2002, Vol.XVI (XXIV), pp.180-185.
2. Aliev F.A., Abbasov A.N., Curbanov R.A., Nuriyev N.B., Guliyev F.A., Mutallimov M.M. Subsurface pump units operations diagnostics oil field. Applied and Computational Mathematics. An International Journal, 2002,Vol.1, No.1, pp.93-105.
3. Larin V.B. Some optimization problems for vibroprotective systems. International Applied Mechanics. 2001,Vol.37, No.4, pp.456-483.
4. Аллев Ф.А. Оптимизация дискретных систем.-Баку,1980-63с.(Препринт АН Азерб. ССР, Ин-т физики, №29).
5. Aliev F.A., Abbasov A.N., Mutallimov M.M. Algorithm for solution of the problem of optimization of the energy expenses at the exploization of chinks by subsurface – pump installations. Applied and computational mathematics an International Journal. Vol.3, No.1, 2004, pp.2-9.
6. Aliev F.A., Larin V.B. Optimization of Linear Control System. Gordon and Breach publ., London 1998, 270p.
7. Бордюг Б.А., Тимошенко А.Г. Синтез программного движения двуногого шагающего аппарата. –В кн.: Навигация и управления. Киев: Ин-т математики АН.УССР,1982,с.103-121.

**QUYU DƏRİNLİK NASOSU QURĞULARINDA PLUNJERİN  
STABİLLƏŞDİRMƏ SİSTEMİNİN SİNTEZİ**

**F.Ə.ƏLİYEV, N.Ə.SƏFƏROVA, Ə.N.ABBASOV**

**ANNOTASIYA**

İşdə proqram hərəkəti və proqram idarəedici təsir məlum olduqda quyu dərinlik nasosu qurğularında plunjerin hərəkətinin stabilizasiyası məsələsinə baxılır. Bu məsələnin həlli üçün hesablama algoritmi təklif olunur. Hesablamalar MATLAB tətbiqi proqram paketindən istifadə edilərək aparılır. Nəticələr misallarla şərh olunur.

**SYNTHESIS OF THE SYSTEM OF STABILIZATION FOR THE PLUNGER  
IN WELL DEEP-PUMPING INSTALLATIONS**

**F.A.ALIEV, N.A.SAFAROVA, A.N.ABBASOV**

**ABSTRACT**

In the work the stabilization problem is considered for the motion of the plunger in well deep-pumping installations, when the program trajectory and program influence control are known. The computing algorithm of this problem is offered. The calculation is carried out by using of applied program packet MATLAB. The results are illustrated by examples.